SOLUZIONI GARA A SQUADRE ONLINE – (31-03-2025)

1. ACCIPICCHIA LA MARMELLATA [54]
Il quoziente può essere solamente 8 o 9 ma solo quest'ultimo permette di avere 7 come ultima cifra del dividendo. La divisione corretta è $567:63=9$.

2. L'ORTO [112]
Se un lato è $3x$ l'altro lato risulta essere $4x$ e l'area pari a $12x^2=769$, cioè $x^2=64$ e quindi $x=8$. I due misurano $24\ \mathrm{m}$ e $32\ \mathrm{m}$ e il perimetro cercato vale $112\ \mathrm{m}$.

3. RICORDI [96]
Procedendo in ordine abbiamo:
2 possibilità per la prima targa;
4 possibilità per la prima coppa;
3 possibilità per la seconda coppa (una l'abbiamo già usata);
2 possibilità per il primo trofeo;
1 possibilità per il secondo trofeo;
2 possibilità per la terza coppa;
1 possibilità per la quarta coppa;
1 possibilità per la seconda targa.
In totale $2\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1\cdot2\cdot1\cdot1=96$ disposizioni possibili.

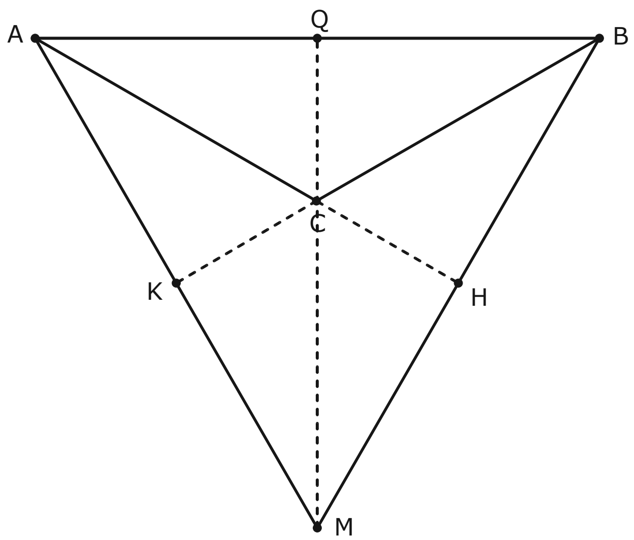
4. ATTENTI A MASHA [40]
Costruiamo una tabella che ci permetta di valutare tutte le possibilità:

	MASHA					
ORSO	**1**	**3**	**3**	**5**	**6**	**6**
1	P	M	M	M	M	M
2	O	M	M	M	M	M
3	O	P	P	M	M	M
4	O	O	O	M	M	M
5	O	O	O	P	M	M
6	O	O	O	O	P	P

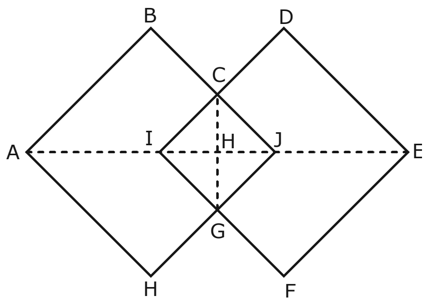
Prima di tutto osserviamo che il pareggio non influenza il calcolo delle probabilità, costringendo i due giocatori a rilanciare il dado. La probabilità di vittoria di Orso è $P(O)=\frac{12}{30}=\frac{2}{5}=40\%$.

5. A SCUOLA [9]
Notiamo che $4\cdot5\cdot6=10\cdot12$ e quindi il problema è equivalente a trovare il più piccolo valore di n tale che $2^3<n$, cioè $n>8$. Il valore cercato è $n=9$.

6. OSSERVAZIONI GEOEMTRICHE [120]
Costruita la figura (detti H, K e Q i piedi delle altezze) i triangoli CHM e CKM risultano essere rettangoli e congruenti, con $C\hat{M}H=C\hat{M}K=30°$ e $H\hat{C}M=K\hat{C}M=60°$. Ne segue che $A\hat{C}B=120°$.



7. IL RECINTO DELLA CAPRA [292]



Disegnando i due quadrati originali, come in figura si osserva che il quadratino centrale ha area $\frac{8 \cdot 8}{2} = 32\ \text{m}^2$ e che la diagonale dei quadrati più grandi misura $\frac{28}{2} + \frac{8}{2} = 18\ \text{m}$.

L'area totale è $2 \cdot \frac{18 \cdot 18}{2} - 32 = 292\ \text{m}^2$.

8. OGGI PIOVE [25]

In un m^2 vi sono $100\ \text{dm}^2$ e 25 litri corrispondono a $25\ \text{dm}^3$ di acqua. Il livello di acqua sarà pari a $\frac{25}{100}\ \text{dm} = \frac{25}{100} \cdot 100\ \text{mm} = 25\ \text{mm}$.

9. QUADRATI PERFETTI [1000]

I quadrati perfetti tra 1 e 10000 sono pari a $\sqrt{10000} = 100$. La percentuale richiesta è $\frac{100}{10000} \cdot 100 = 1\%$.

10. ORSO FINTO MALATO [30]

Si osserva subito che BF è un multiplo di 10 ed in particolare può essere solamente 30 o 60 in quanto risultato di $30A - 30E = 30(A - E)$ con $1 \le E < A \le 3$. Il caso $BF = 60$ è da scartare in quanto impossibile da ottenere togliendo $6D$ da un numero di due cifre.

L'unica soluzione possibile è

23+23+23= **69** -
13+13+13= **39** =
30

11. MOLTIPLICAZIONI [40]

$4032000 = 2^9 \cdot 3^2 \cdot 5^3 \cdot 7$.

Per ottenere il M.C.D. più alto possibile è necessario distribuire i numeri primi della fattorizzazione tra i tre numeri in modo da averne il più possibile in comune. Possiamo dare a ciascuno un fattore $2^3 \cdot 5 = 40$, che sarà il M.C.D. cercato.

12. CALCIO IN TV [11]

Il totale delle età prima della sostituzione era di $23 \cdot 11 = 253$, mentre dopo la sostituzione è diventato $22 \cdot 11 = 242$. La differenza tra i due valori è proprio di quanto è più giovane il giocatore nuovo entrato: $253 - 242 = 11$.

13. LUPI AFFAMATI [17]

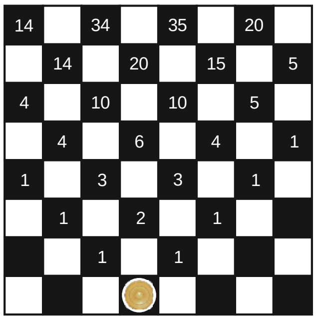
Un numero del tipo $ABBAAB$ è sempre divisibile per 3. Per essere divisibile anche per 5 è necessario che B valga 0 oppure 5.

Se B vale 0 abbiamo 9 possibili valori per A, tutti eccetto 0;

se B vale 5 ci restano solo 8 possibili valori per A visto che né 5 né 0 sono valori permessi.

In totale abbiamo 17 casi possibili.

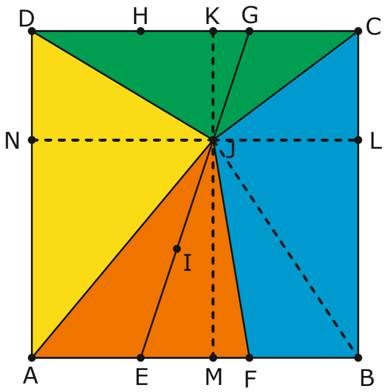
14. IL GIOCO DELLA DAMA [10]
Partendo dalla posizione della pedina scriviamo le sue possibili mosse.
Il numero dei possibili percorsi è $14+34+35+20=103$



15. UN AMICO A STRISCE [9]
L'affermazione di Tigre di aver viaggiato ogni giorno un numero di chilometri pari alla somma dei giorni precedenti equivale a dire che ogni giorno (a parte il primo e il secondo) ha viaggiato il doppio del giorno precedente. Infatti se fossero x i chilometri del primo giorno, il secondo avrebbe viaggiato ancora x chilometri, il terzo $2x$, il quarto $4x$ e così via.
Siccome $1280=2^8\cdot 5$ e il primo giorno non ha fatto più di 10 chilometri, si deduce che il primo giorno ha percorso 5 chilometri e il suo viaggio è durato $8+1=9$ giorni (infatti $5+5+10+20+40+80+160+320+640=1280$).

16. RICETTA PER UN DISASTRO [477]
Per le proprietà delle percentuali, il risultato è indipendente dall'ordine utilizzato.
Se 100 è il composto inziale, il composto finale è:
$$\frac{110}{100}\cdot\frac{110}{100}\cdot\frac{120}{100}\cdot\frac{120}{100}\cdot\frac{130}{100}\cdot\frac{130}{100}\cdot\frac{140}{100}\cdot\frac{140}{100}\cdot 100\cong 577{,}15$$
per un aumento percentuale pari al $477{,}15\%$

17. L'AIUOLA [2000]



Per semplificare il problema tracciamo il segmento BJ e le altezze di tutti i triangoli. Per come è costruita la figura l'altezza JM divide il segmento EF in due parti, una doppia dell'altra.
Se fissiamo in 9 il lato del quadrato, possiamo dire che $NJ=5$ e $JL=4$, mentre $JK=3$ e $JM=6$.
Con queste informazioni le aree cercate valgono
$$A_{AFJ}=\frac{6\cdot 6}{2}=18$$
$$A_{FBCJ}=\frac{3\cdot 6}{2}+\frac{9\cdot 4}{2}=27$$
$$A_{CDJ}=\frac{9\cdot 3}{2}=\frac{27}{2}$$
$$A_{DAJ}=\frac{9\cdot 5}{2}=\frac{45}{2}$$

Il rapporto cercato è $\dfrac{A_{FBCJ}}{A_{CDJ}}=\dfrac{27}{\frac{27}{2}}=2$

18. LA CUGINA DASHA [15]
Se Masha mangia 10 mele in 5 minuti, vuol dire che ne mangia 2 al minuto e quindi ne ha mangiate 4 in 2 minuti. Dasha ne ha quindi divorate 6 in 2 minuti, pari a 3 mele al minuto che equivale a dire che in 5 minuti ne riesce a mangiare 15.

19. IN PUNIZIONE [45]

Se esiste sia il numero AB che quello con le cifre invertite BA le somme di queste differenze saranno nulle ($18 \to 1-8=-7$; $81 \to 8-1=7$). L'unico contributo positivo viene dai numeri del tipo $A0$ che non possiamo scrivere con le cifre invertite:
Il risultato cercato è la somma $1+2+3+4+5+6+7+8+9=45$.

20. IL BAULE MAGICO [840]

Se il baule ha come misure a, b e c, le aree delle sue facce sarebbero pari a ab, bc e ac e il volume pari a $V=abc$. Osserviamo che $ab \cdot bc \cdot ac = a^2b^2c^2 = (abc)^2 = V^2$.

$V=\sqrt{72 \cdot 98 \cdot 100}=\sqrt{36 \cdot 2 \cdot 49 \cdot 2 \cdot 100}=6 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 10 = 840 \text{ dm}^3$.